CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 1 februarie 2020

BAREM DE CORECTARE - Clasa a XI-a

Subiectul 1

Fie funcția $f: R \to R$, f(x)=$\sqrt{16x^2+1}+4x-5$.

a) Calculați $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$;

b) Câte asimptote admite graficul funcției f?

Barem

a) Suntem în cazul $\infty - \infty$. Facem o schimbare de variabilă, amplificăm cu conjugata expresiei și obținem: L $= \lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{16x^2+1}-4x-5)$=$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{16x^2+1-16x^2-40x-25}{\sqrt{16x^2+1}+4x+5}$=$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-40x-24}{\sqrt{16x^2+1}+4x+5}$= …=-5 **(3 p)**

b) Din a) observăm că dreapta y=-5 este asimptotă orizontală spre $-\infty$. **(1 p)**

Spre ∞ nu există asimptotă orizontală. Căutăm asimptota oblică, de forma y=mx+n.

Obținem m=8 și n=-5. În concluzie y= 8x-5 este asimptotă oblică spre ∞ **(2 p)**

Deci graficul funcției f admite 2 asimptote. **(1 p)**

Subiectul 2

Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&2&0\\3&0&0\end{pmatrix}$ și $C(A)=\{X\in M_3(\boldsymbol{R}) | A\cdot X = X\cdot A\}$.

a) Să se arate că matricea $B=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\3&0&1\end{pmatrix}$ aparţine mulţimii $C(A)$.

b) Dacă matricea X este din $C(A)$ atunci X este de forma $\begin{pmatrix}a&0&c\\0&b&0\\3c&0&a\end{pmatrix}$.

c) Dacă matricea Y aparţine mulţimii $C(A)$ şi $Y^2=O_3$, atunci $Y=O_3$.

Barem

a) Verifică prin calcul direct că AB = BA (2p)

b) Obține X de forma căutată (2p)

c) Deduce necesitatea ca Y să fie de forma anterioară (1p)

Calculează Y^2 și finalizare (2p)

CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală, 1 februarie 2020

BAREM DE CORECTARE - **Clasa a XI-a**

Subiectul 3

Să se calculeze $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1+x+x^2+...+x^n-(n+1)}{x-1}$, n $\in$ **N*.**

Barem

$$\lim_{x\to1}\frac{1+x+x^2+...+x^n-(n+1)}{x-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to1}\frac{(1-1)+(x-1)+(x^2-1)+...+(x^n-1)}{x-1}=$$ ....**(2p)**

$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)+(x-1)(x+1)+...+(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+...+1)}{x-1}=$$ ....**(2p)**

$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)\left[1+(x+1)+...+(x^{n-1}+x^{n-2}+...+1)\right]}{x-1}=\lim_{x\to1}\left[1+(x+1)+...+(x^{n-1}+x^{n-2}+...+1)\right]=$$ ....**(2p)**

= 1+2+ ...+ n = $\dfrac{n(n+1)}{2}$ ....**(1p)**

Subiectul 4

Fie punctele A(4, 4), B(10, 2). Determinaţi punctul C situat pe dreapta d: x - 2y + 4 = 0 astfel încât aria triunghiului ABC să fie 5.

Barem

Fie C (a, b) $\Rightarrow A_{ABC}=\dfrac{|\Delta|}{2}=5$, $\Delta=\begin{vmatrix}4 & 4 & 1\\ 10 & 2 & 1\\ a & b & 1\end{vmatrix}=2a+6b-32$ .... (2p)

$\Rightarrow$ |2a + 6b -32| = 10 $\Rightarrow$ 2a +6b -32 = ±10. (1)................................**(2p)**

Dar C $\in$ d $\Rightarrow$ a -2b + 4 = 0 (2) . ...**(1p)**

Rezolvând sistemele format din relaţiile (1) şi (2) obţinem

a = 6 şi b = 5 $\Rightarrow C_1$ (6, 5) . ... **(1p)**

a = 2 şi b = 3 $\Rightarrow C_2$ (2, 3) . ... **(1p)**